

РЕШЕНИЕ ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ НЕЛИНЕЙНОГО ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ЗАДАННОЙ ФУНКЦИЕЙ ИСТОЧНИКА МЕТОДОМ ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Спевак Л.Ф.¹, Казаков А.Л.²

¹ИМАШ УрО РАН, 34, ул. Комсомольская, Екатеринбург, 620034, Россия; ²ИДСТУ СО РАН, 134, ул. Матросова, Иркутск, 664033, Россия

В работе рассмотрены одномерные краевые задачи для нелинейного уравнения параболического типа [1, 2]

$$u_t = uu_{xx} + \frac{1}{\sigma} u_x^2 + \varphi(u), \quad \varphi(0) = 0. \quad (1)$$

для следующих видов краевых условий:

$$u|_{x=a(t)} = 0, \quad a(0) = 0, \quad a'(0) > 0; \quad (2)$$

$$u|_{x=0} = f(t), \quad f(0) = 0, \quad f'(0) > 0. \quad (3)$$

Легко видеть, что при $t = 0$ множитель при старшей производной u_{xx} обращается в нуль, т.е. имеет место вырождение задачи.

Численные алгоритмы на основе метода граничных элементов (МГЭ) для решения уравнения (2) без функции источника, когда $\varphi(u) \equiv 0$, при краевых условиях (3) – (5) разработаны ранее в работах [3 – 5]. В данной работе этот же подход развит на случай известной функции источника. Построены пошаговые по времени алгоритмы решения для двух видов краевых условий (2) и (3). На каждом шаге по времени методом граничных элементов итерационно решается задача для уравнения Пуассона.

Решены тестовые примеры. Сравнение результатов расчетов с известным точным решением показало хорошую точность разработанных алгоритмов.

Работа выполнена при частичной поддержке Комплексной программы УрО РАН, проект № 15-7-1-17 и РФФИ, проект № 16-01-00608.

Литература

1. J.L. Vazquez. The Porous Medium Equation: Mathematical Theory. Oxford Press. 2006, 648 p.
2. А.Ф. Сидоров. Избранные труды: Математика. Механика. М.: Физматлит. 2001, 576 с.
3. Казаков А.Л., Спевак Л.Ф. Методы граничных элементов и степенных рядов в одномерных задачах нелинейной фильтрации // Известия Иркутского государственного университета. 2012. №2. С. 2-18.
4. A.L. Kazakov and L.F. Spevak, Numerical and analytical studies of a nonlinear parabolic equation with boundary conditions of a special form // Applied Mathematical Modelling. 2013. Vol. 37. Iss. 10-11, p.p. 6918-6928.
5. L.F. Spevak and A. L. Kazakov. Constructing numerical solutions to a nonlinear heat conduction equation with boundary conditions degenerating at the initial moment of time // AIP Conf. Proc. **1785**, 040076 (2016).