# Влияние нанопорошковых инокуляторов на деформацию сплошной жидкометаллической капли после её соударения с пористой поверхностью

Бублик В.В., Черепанов А.Н.

Институт теоретической и прикладной механики им. С.А.Христиановича СО РАН, ул. Институтская, д. 4/1, г. Новосибирск, 630090, Россия

Аннотация. В работе исследуется задача взаимодействия жидкометаллической капли с пористой подложкой. Предложенная модель учитывает капиллярные и адгезионные свойства расплава. В данной работе на основе этой модели проведены численные расчёты по влиянию концентрации нанопорошковых инокуляторов на геометрические размеры формирующегося сплэта (застывшей жидкой частицы) и глубину проникновения жидкости в подложку.

#### введение

Развитие современного машиностроения требует создания новых конструкционных материалов, которые были бы не только коррозионностойкими и прочными, но при этом ещё легкими и обладали бы достаточной пластичностью. К такому типу материалов можно отнести пористые металлы. Благодаря высокой удельной прочности пористые металлы представляют значительный интерес в производстве прочных облегченных деталей для авиационной и ракетно-космической техники. В связи с тем, что часто такие детали работают в агрессивной среде, обычно требуется покрытие рабочих поверхностей различными материалами, стойкими к коррозии, химическим и другим агрессивным воздействиям. Один из способов нанесения таких покрытий — газодинамическое или плазменное напыление. В этой связи исследованию процессов соударения капли с подложкой уделяется большое внимание [1–8]. При этом в основном рассматриваются сплошные гладкие поверхности. Одной из основных проблем при этом является задача прочности сцепления покрытия с подложкой. В данной работе исследуется задача взаимодействия жидкометаллической капли с пористой подложкой, представляющая, на наш взгляд, интерес с точки зрения повышения прочности сцепления с подложкой, а также для вопросов динамической пропитки рабочих поверхностей различными материалами, стойкими к коррозии, химическим и другим агрессивным воздействиям.

Предложенная модель является дальнейшим развитием моделей соударения сплошной и полой капли с твёрдой подложкой [9–12]. В частности, в [10] построена математическая численно-аналитическая модель деформации сплошной жидкометаллической капли



Рис. 1. Схема растекания капли

**Рис. 2.** Изменение радиуса  $R_c(t)$  контактного пятна

после её соударения с плоской пористой поверхностью в изотермическом случае. Модель учитывает капиллярные и адгезионные свойства расплава. В работе [11] эта модель обобщена на неизотермический случай. В данной работе на основе этой модели проведены численные расчёты по влиянию концентрации нанопорошковых инокуляторов на геометрические размеры формирующегося сплэта (застывшей жидкой частицы) и глубину проникновения жидкости в подложку.

#### ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Начальный диаметр капли —  $H_0$ , скорость соударения капли с подложкой —  $v_0$ , начальная температура капли —  $T_0$ , начальная температура подложки —  $T_{s0}$ , пористость подложки —  $m_p$ , эффективный радиус капилляра —  $r_p$ , краевой угол смачиваемости —  $\theta$ . Начальные кинетическая и потенциальная энергии капли равны

$$W_0 = \frac{\pi \rho H_0^3 v_0^2}{12}, \quad \Pi_0 = \sigma_{12} \pi H_0^2.$$

Здесь  $\sigma_{12}$  — поверхностное натяжение на границе жидкость-газ,  $\rho$  — плотность жидкости. Весь объём капли после соударения разобьём на четыре подобласти:  $\Omega_g$  — шаровой сегмент, образованный вращением вокруг оси z криволинейного треугольника  $hM_1H$ ;  $\Omega_d$  диск, образованный вращением вокруг оси z прямоугольника  $0hM_1R_c$ ;  $\Omega_T$  — тороидальная область, образованная вращением вокруг оси z полукруга  $R_cM_1M_2R_c$ ;  $\Omega_p$  — область жидкости в пористой подложке (рис. 1). Пористость подложки будем моделировать в виде вертикальных трубок-капилляров. Пусть  $z_p \leq 0$  — координата z максимального проникновения расплава вглубь пористой подложки (считаем, что максимальная глубина проникновения достигается на оси симметрии системы капля–подложка). Скорость фильтрации жидкости в пористую подложку определим из уравнения Дарси:

$$\dot{z}_p = rac{\chi r_p^2 \rho \dot{H}^2}{16 \mu z_p},$$

где  $\chi$  — параметр извилистости канала,  $\mu$  — динамический коэффициент вязкости жидкости. Будем считать, что в каждый момент времени скорость фильтрации жидкости одинакова во всей области  $\Omega_p$ . Тогда объемы жидкого расплава в каждой из подобластей равны

$$V_g = \frac{\pi}{6} ((H-h)^3 + 3(H-h)R_c^2), \quad V_d = \pi h R_c^2, \quad V_T = \pi h \left(\frac{\pi R_c h}{4} + \frac{h^2}{6}\right),$$
$$V_p = -\pi m_p \int_0^t \dot{z}_p R_c^2 d\tau.$$

Из условия постоянства объема несжимаемой жидкости получим соотношение, связывающее величину  $R_c$  с остальными параметрами капли

$$3(H+h)R_c^2 - 6m_p \int_0^t \dot{z}_p R_c^2 d\tau + \frac{3}{2}\pi h^2 R_c + (H-h)^3 + h^3 - H_0^3 = 0.$$

В каждой из подобластей  $\Omega_g$ ,  $\Omega_d$  и  $\Omega_T$  зададим свое приближение поля скоростей, удовлетворяющее условию неразрывности:

$$u_{g} = 0, \quad v_{g} = H,$$

$$u_{d} = (m_{p} \dot{z}_{p} - \dot{H}) \frac{r}{2h}, \quad v_{d} = (\dot{H} - m_{p} \dot{z}_{p}) \frac{z}{h} + m_{p} \dot{z}_{p}$$

$$u_{T} = (m_{p} \dot{z}_{p} - \dot{H}) \frac{R_{c}^{2}}{2hr}, \quad v_{T} = 0.$$

Кинетическая энергия движущейся жидкости будет определяться формулой

$$W = \iiint_{\Omega} \frac{u^2 + v^2}{2} \rho \, d\Omega = \pi \rho \iint_{\Omega_1} (u^2 + v^2) r \, dr \, dz.$$

Здесь  $\Omega$  — фигура вращения, образованная вращением вокруг оси 0*z* плоской области  $\Omega_1$ . Вследствие постоянства скорости  $\dot{z}_p$  в каждый момент времени во всей области  $\Omega_p$ , кинетическую энергию можно вычислить, не прибегая к интегрированию по области с неизвестной границей:

$$W_p = \rho V_p \frac{\dot{z}_p^2}{2} = \left(\frac{\pi H_0^3}{6} - V_g - V_d - V_T\right) \frac{\rho \dot{z}_p^2}{2}.$$

Потенциальная энергия системы капля-подложка:

$$\Pi_{\sigma} = \sigma_{12}(S_g + S_T + m_p S_d) + (\sigma_{13} - \sigma_{23})((1 - m_p)S_d + S_p),$$

где  $\sigma_{13}$ ,  $\sigma_{23}$  — поверхностное натяжение на границах жидкость-подложка и подложка-газ соответственно,  $S_g = \pi (R_c^2 + (H - h)^2)$  — площадь внешней поверхности шарового сегмента,  $S_T = 2\pi h (2h + \pi R_c)$  — площадь боковой поверхности тороидальной части,  $S_d = \pi R_c^2$  — площадь контактного пятна без учета пористости,  $m_p S_d$  — площадь поверхности

жидкость–газ внутри пор (для простоты считаем, что поверхность жидкости в порах строго горизонтальна),  $(1 - m_p)S_p$  — площадь контактного пятна с учетом пористости подложки,  $S_p = 2(\pi H_0^3/6 - V_g - V_d - V_T)/r_p$  — площадь поверхности жидкость–подложка внутри пор. Величины  $\sigma_{12}$ ,  $\sigma_{13}$  и  $\sigma_{23}$  связаны соотношением  $(\sigma_{13} - \sigma_{23})/\sigma_{12} = -\cos\theta$ , здесь  $\theta$  — краевой угол смачиваемости. Работа сил адгезии при растекании капли по подложке определяется выражением

$$Q = (1 - m_p)\pi R_c^2 \sigma_{12} (1 + \cos\theta).$$

В дискообразной области  $\Omega_d$  действует сила вязкого трения, поэтому учтём работу этой силы, определив напряжение вязкого трения как  $F_{\mu} = \frac{\mu |u_d|}{h} = \frac{\mu |m_p z_p - \dot{H}|r}{2h^2}$ , тогда

$$A_{\mu} = 2\pi \int_{0}^{h} dz \int_{0}^{R_{c}} F_{\mu} r dr = \frac{\pi \mu |m_{p} \dot{z}_{p} - \dot{H}| R_{c}^{3}}{3h}.$$

Условие сохранения энергии системы капля-подложка:

$$W_g + W_d + W_T + W_p + \Pi_\sigma + Q + A_\mu = W_0 + \Pi_0.$$

Предположим, что параметры H и h связаны соотношением  $h = H \left(1 - \frac{H}{H_0}\right)^n$ , где n — константа, подбираемая для обеспечения наилучшего согласия с экспериментом. Закон сохранения энергии и уравнение Дарси дают систему обыкновенных дифференциальных уравнений (одно уравнение первого порядка и одно второго) с данными Коши

$$H(0) = H_0, \quad \dot{H}(0) = v_0, \quad z_n(0) = 0$$

для определения зависимости геометрических параметров сплэта от времени.

Дополним модель описанием процесса изменения температуры жидкой капли до момента затвердевания (сам процесс затвердевания не рассматривается). Введём эффективные теплофизические параметры области подложки, пропитанной жидким металлом:

$$\lambda_f = \lambda_l m_p + \lambda_s (1-m_p), \qquad c_{Vf} = c_{Vl} m_p + c_{Vs} (1-m_p),$$

где  $\lambda_l$ ,  $c_{Vl}$  — теплопроводность и объёмная теплопроводность жидкого металла;  $\lambda_s$ ,  $c_{Vs}$  — теплопроводность и объёмная теплопроводность материала подложки. Капля охлаждается за счёт радиационного теплообмена её свободной поверхности с окружающей средой, имеющей температуру  $T_a$  и теплоотдачи в подложку. В виду малого объёма капли рассматриваем процесс затвердевания объёмным. Тогда уравнение баланса тепла в объёме капли над подложкой будет иметь вид:

$$M(t)c_{Ve}\frac{dT_{1}}{dt} = -F_{c}(t)q - F_{1}(t)\alpha_{r}(T_{1} - T_{a}),$$

где M(t) — масса расплава в объёме частицы над подложкой;  $c_{Ve} = c_{Vl} + \frac{\kappa \rho_1}{\Delta T}$  — объёмная эффективная теплоёмкость расплава;  $\kappa$ ,  $\rho_1$  — теплота кристаллизации и плотность расплава;  $\Delta T$  — перегрев расплава;  $q = -\lambda_f \frac{\partial T_1}{\partial z}$  — поток тепла, отводимый в подложку;  $T_1$  температура капли;  $F_c(t) = \pi R_c^2(t)$  — площадь контактного пятна;  $R_c(t)$  — радиус контактного пятна;  $F_1(t)$  — площадь свободной поверхность жидкой частицы;  $\alpha_r = \varepsilon \sigma_0(T_1 + T_a)(T_1^2 + T_a^2)$  — коэффициент радиационного теплообмена;  $\sigma_0$  — постоянная Стефана Больцмана;  $\varepsilon$  — коэффициент черноты. Уравнение теплопереноса в области подложки, пропитанной расплавом

$$c_{Vf}\left(\frac{\partial T_2}{\partial t} + v\frac{\partial T_2}{\partial z}\right) = \lambda_f\left(\frac{\partial^2 T_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T_2}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_2}{\partial z^2}\right),$$

где  $T_2 = T_1 m_p + T_s (1 - m_p)$  — среднемассовая температура подложки с расплавом,  $T_s$  — температура подложки, v — скорость фильтрации расплава в подложку. Данное уравнение решается при граничных условиях

$$T_1|_{z=0} = T_2|_{z=0}, \qquad -\lambda_f \left. \frac{\partial T_2}{\partial n} \right|_{\Gamma} = \frac{\lambda_s}{z(t,r)} \ (T_2 - T_{s0}),$$

где z(t,r) — глубина проникновения жидкости в подложку, Г — граница пропитки.

Присутствующие в расплаве тугоплавкие наночастицы служат центрами зарождения и роста кристаллизации расплава. В результате в процессе остывания металла между жидкой и твёрдой фазой возникает двухфазная зона затвердевания. Непосредственно процесс кристаллизации в данной модели не рассматривается. Рассмотрим только влияние  $f_s$  доли твёрдой фазы — на динамику растекания капли расплава по пористой подложке. В начальный момент времени считаем, что начальная концентрация твёрдых добавок частиц в жидком металле составляет 0,01–0,1 %. По мере остывания расплава и кристаллизации доля твёрдой фазы увеличивается. Доля твёрдой фазы влияет на вязкость жидкости. При малых значениях  $f_s$  (до 30–35 %) зависимость  $\mu$  от  $f_s$  можно взять в линейном приближении:  $\mu = \mu_0(1 + \alpha f_s)$ , где  $\mu_0$  — вязкость жидкого метала при отсутствии твёрдых примесей,  $\alpha$  — эмпирический коэффициент пропорциональности. При больших значениях  $f_s$  жидкость уже почти не будет течь, и с точки зрения нашей модели, будем считать, что капля затвердела.

#### РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Проведены численные расчёты для модельного случая соударения сплошной жидкой капли расплава диоксида циркония с пористой подложкой. Начальный диаметр капли





**Рис. 3.** Изменение высоты капли H(t) и высоты h(t) дискообразной области капли

**Рис. 4.** Изменение глубины  $z_p(t)$  проникновения жидкости в подложку

60 мкм, скорость столкновения капли с подложкой — 50 м/с, радиус капилляров — 0,5 мкм, пористость подложки — 0,05, число капилляров, попадающее на проекцию начального диаметра капли — 90, параметр извилистости канала — 1, плотность металла — 5600 кг/м<sup>3</sup>, поверхностное натяжение на границе жидкость-газ — 0,43 Н/м, динамический коэффициент вязкости жидкости — 0,021 Н·с/м<sup>2</sup>. Численно получены зависимости от времени геометрических размеров капли и области проникновения жидкости в подложку. При расчёте температура подложки бралась 500 К, температура капли в момент соударения — 3300 К. В результате расчётов получено, что материал капли затвердеет через 1,9 мкс после соударения, высота получившего сплэта будет 2,9 мкм, радиус — 110 мкм, максимальная глубина проникновения жидкости в подложку не превышает 0,0035 от начального объёма капли. Область наибольшего проникновения жидкости в подложку занимает пятно размером примерно с первоначальный диаметр падающей капли. На рис. 2–4 приведены графики изменения радиуса контактного пятна, высоты капли, высоты дискообразной области капли и глубины проникновения жидкости в подложку.

Оценим, как наличие добавок тугоплавких наночастиц может повлиять на геометрические размеры получающегося сплэта. Поскольку непосредственно процесс затвердевания в нашей модели не описывается, то изменение вязкости жидкости во времени мы получить не можем. Однако можно получить верхнюю оценку влияния на геометрические размеры. Максимальное изменение вязкости при увеличении доли твёрдой фазы 3–4 %. Возьмём для расчётов, что вязкость жидкого металла с добавками больше на 5 % вязкости жидкого металла без добавок. Численные расчёты показывают, что в этом случае изменение геометрических размеров сплэта изменяется не более, чем на 2 %. Этот результат можно считать почти точным, укладывающийся в пределы погрешностей исходной модели. Т.е. добавка небольшого количества тугоплавких наночастиц практически не влияет на геометрические размеры итогового сплэта. Это объясняется тем, что после соударения капля успевает деформироваться к почти конечной своей форме при температурах выше температуры затвердевания, а сам процесс кристаллизации начинается, когда движение капли почти совсем затормозилось.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Построена математическая численно-аналитическая модель деформации сплошной жидкометаллической капли после её соударения с плоской пористой поверхностью в неизотермическом случае. Модель учитывает капиллярные и адгезионные свойства расплава. На основе этой модели проведены численные расчёты по влиянию концентрации нанопорошковых инокуляторов на геометрические размеры формирующегося сплэта (застывшей жидкой частицы) и глубину проникновения жидкости в подложку. Численные расчёты показывают, что добавка небольшого количества тугоплавких наночастиц практически не влияет на геометрические размеры итогового сплэта, поэтому моделирование можно проводить в рамках исходной модели, не усложняя её учётом влияния тугоплавких наночастиц.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Waldfogel J.M., Policacos D. Solidification phenomena in picoliter size solder droplet dispersion on a composite substrate // Intern. J. Heat mass Trasfer. 1997. V. 40. P.295–309.

2. Hayts D., Wallace D.B., Boldman M.T. Picoliter solder droplet dispersion // Intern. J. Microcircuits Electr. Packaging. 1993. V. 16. P. 173–180.

3. Harlow F.Y., Welch J.E. Numerical calculation of time-dependent viscous in-compressible flow of fluid free surface // Phis. Fluids. 1965. V. 8. P. 2182–2189.

4. Предтеченский М.Р., Черепанов А.Н., Попов В.Н., Варламов Ю.Д. Исследование динамики соударения и кристаллизации жидкометаллической капли с многослойной подложкой // ПМТФ. 2002. Т. 43. № 1. С.112–123.

 Борисов В.Т., Черепанов А.Н., Предтеченский М.Р. и др. Влияние смачиваемости на поведение жидкой капли после ее соударения с твердой подложкой // ПМТФ. 2003. Т. 44, № 6. С. 64–69.

6. Черепанов А.Н., Попов В.Н., Солоненко О.П. Динамика кристаллизации модифицированной тугоплавкими нанопорошками металлической капли при соударении с подложкой // Теплофизика и аэромеханика. 2010. Т. 17, № 3. С. 409–417. 7. Черепанов А.Н., Попов В.Н., Солоненко О.П. Объемная кристаллизация капли никеля, содержащей тугоплавкие наночастицы, при соударении с подложкой // ПМТФ. 2006. Т. 47. № 1. С. 29–34.

8. Черепанов А.Н., Попов В.Н. Моделирование термо- и гидродинамических процессов в модифицированной наночастицами металлической капле при ее соударении с подложкой // Вестник удмуртского университета. Физика. Химия. 2008. Вып. 1. С. 231–221.

9. Черепанов А.Н., Солоненко О.П., Бублик В.В. Численно-аналитическое исследование динамики соударения полой капли расплава с подложкой // Теплофизика и аэромеханика. 2008. Т. 15. № 4. С. 677–688.

10. Черепанов А.Н., Бублик В.В. Математическая модель соударения жидкой капли с пористой подложкой // Физическая мезомеханика. 2012. Т. 15, № 6. С. 67–71.

11. Бублик В.В., Черепанов А.Н. Численно-аналитическая модель деформации сплошной жидкометаллической капли после ее соударения с плоской пористой поверхностью (неизотермический случай) // Взаимодействие высококонцентрированных потоков энергии с материалами в перспективных технологиях и медицине: Докл. VI Всеросс. конф. Т. 2. Новосибирск: Параллель, 2015. С.21–24.

12. Бублик В.В., Черепанов А.Н. Динамика растекания капли расплава, содержащего тугоплавкие наночастицы, при плазменном напылении на пористую подложку // Газоразрядная плазма и ее применение: Тез. докл. XIII Межд. конф., посв. 100-летию со дня рождения академика М. Ф. Жукова. Новосибирск, 2017. С. 40.