

Ю.Н.ЛОГИНОВ, М.П.ПУЗАНОВ

**FINITE ELEMENTS MODELING OF THE UPSETTING OF  
AN ANISOTROPIC CYLINDRICAL WORKPIECE**

**КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОСАДКИ  
АНИЗОТРОПНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЗАГОТОВКИ**

**1. Методика расчета**

Наиболее универсальным способом решения краевых задач теории пластичности является вариационный принцип с применением метода конечных элементов. Данный метод был реализован различными компаниями в виде программных пакетов и на сегодняшний день нашёл наиболее широкое применение в области моделирования процессов ОМД.

В настоящей работе моделируется процесс деформации анизотропной пластической среды с изотропным упрочнением. Согласно руководству пользователя Deform-3D условие текучести в данном случае задаётся моделью Хилла:

$$F(\sigma_{YY} - \sigma_{ZZ})^2 + G(\sigma_{ZZ} - \sigma_{XX})^2 + H(\sigma_{XX} - \sigma_{YY})^2 + 2L\sigma_{YZ}^2 + 2M\sigma_{ZX}^2 + 2N\sigma_{XY}^2 = 1, \quad (1)$$

где  $F, G, H, L, M, N$  – коэффициенты анизотропии,  $\sigma_{ij}$  ( $i, j = X, Y, Z$ ) – компоненты девиатора напряжений.

В более ранних работах показано, что если условие пластичности (1) применить для частных случаев трёх одноосных растяжений в направлениях  $X, Y, Z$ , то параметры анизотропии можно определить по формулам:

$$F = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{\sigma'_{YY}{}^2} + \frac{1}{\sigma'_{ZZ}{}^2} - \frac{1}{\sigma'_{XX}{}^2} \right]; G = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{\sigma'_{ZZ}{}^2} + \frac{1}{\sigma'_{XX}{}^2} - \frac{1}{\sigma'_{YY}{}^2} \right]; H = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{\sigma'_{XX}{}^2} + \frac{1}{\sigma'_{YY}{}^2} - \frac{1}{\sigma'_{ZZ}{}^2} \right]; \quad (2)$$

$$L = \frac{1}{2\sigma'_{YZ}{}^2}; M = \frac{1}{2\sigma'_{ZX}{}^2}; N = \frac{1}{2\sigma'_{XY}{}^2}, \quad (3)$$

где  $\sigma'_{ij}$  ( $i, j = X, Y, Z$ ) – пределы текучести материала в различных направлениях.

Из формул (2) и (3) следует, что для нахождения коэффициентов анизотропии материала необходимо выполнить достаточно большое количество опытов, испытывая материал в нескольких направлениях, что в рамках тестовой задачи не является обязательным. Предположим, что деформируемый материал имеет значительную анизотропию механических свойств, и предел текучести в направлении  $X$  превышает аналогичную величину для направлений  $Y$  и  $Z$  в 2 раза:

$$\sigma'_{XX} = 2\sigma'_{YY}, \sigma'_{YY} = \sigma'_{ZZ}, \quad (3)$$

тогда по формулам (2) возможно получить следующие соотношения:

$$F = 0,875 \frac{1}{\sigma'^2_{YY}}; G = H = 0,125 \frac{1}{\sigma'^2_{YY}} \quad (4)$$

$$\frac{F}{G} = \frac{F}{H} = 7. \quad (5)$$

Аналогичным образом получены соотношения коэффициентов анизотропии для случаев анизотропии в направлениях  $Y$  и  $Z$  соответственно:

$$\frac{G}{F} = \frac{G}{H} = 7, \quad (6)$$

$$\frac{H}{F} = \frac{H}{G} = 7. \quad (7)$$

Соотношения параметров в трех вариантах их задания представлено в табл.1.

## **2. Постановка задачи для изотропного материала и оценка точности решения**

Задачу решали в максимально упрощённом виде, чтобы оценить напрямую влияние анизотропии деформируемой среды на формоизменение. В качестве материала заготовки назначили кремнистую трансформаторную сталь (2,8-3,8 масс. % Si в соответствии с ГОСТ 32482-2013) с известными пластическими свойствами. Закон упрочнения деформируемой среды установили по справочнику:

$$\sigma_s = 400 + 112 \cdot \varepsilon^{0,38}, \quad (9)$$

где  $\sigma_s$  – сопротивление деформации стали,  $\varepsilon$  – степень деформации.

Таблица 1

Соотношения параметров анизотропии по вариантам решения

Вариант	Соотношения пределов текучести $\sigma'_{ii}$	Соответствие $\sigma'_{ii}$ и $F, G, H$	Соотношения между $F, G, H$
1	$\sigma'_{XX} = 2\sigma'_{YY} = 2\sigma'_{ZZ},$ $\sigma'_{YY} = \sigma'_{ZZ}$	$F = 0,875 \frac{1}{\sigma'^2_{YY}};$ $G = H = 0,125 \frac{1}{\sigma'^2_{YY}}$	$\frac{F}{G} = \frac{F}{H} = 7$
2	$\sigma'_{YY} = 2\sigma'_{ZZ} = 2\sigma'_{XX},$ $\sigma'_{ZZ} = \sigma'_{XX}$	$G = 0,875 \frac{1}{\sigma'^2_{ZZ}};$ $F = H = 0,125 \frac{1}{\sigma'^2_{ZZ}}$	$\frac{G}{F} = \frac{G}{H} = 7$
3	$\sigma'_{ZZ} = 2\sigma'_{XX} = 2\sigma'_{YY},$ $\sigma'_{XX} = \sigma'_{YY}$	$H = 0,875 \frac{1}{\sigma'^2_{XX}};$ $F = G = 0,125 \frac{1}{\sigma'^2_{XX}}$	$\frac{H}{F} = \frac{H}{G} = 7$

Соотношение коэффициентов  $L, M, N$  для всех вариантов моделирования приняли на основе данных полученных для высокопрочной низкоуглеродистой стали (HSLA) и представленных в работе [9]

$$\frac{L}{M} = \frac{M}{N} = 1. \quad (10)$$

Построение геометрии процесса осадки осуществляли при помощи программы «КОМПАС 3D». Заготовку задавали цилиндрической формы с начальным диаметром  $D_0 = 100$  мм и высотой  $h_0 = 100$  мм. Для ускорения процесса вычисления заготовку представляли в виде четверти объёма цилиндра с использованием граничных условий симметрии. Температура деформации принята равной 20 °С. На заготовке была создана сетка конечных элементов, общее количество элементов равнялось 16000, минимальный размер элемента – 2,36 мм, коэффициент соотношения размера элементов – 2. Деформирующий

инструмент представлял собой две абсолютно жёстких гладких плиты диаметром  $D_{\text{п}} = 200$  мм. Величина относительного обжатия при осадке составляла  $\varepsilon = 40\%$ . Условие трения на контактных поверхностях задавалось по закону Кулона при минимально возможном коэффициенте трения  $\mu = 0,0001$ , что имитировало осадку без трения, чтобы исключить его влияние и наблюдать в решении исключительно проявления анизотропии. На рис. 1 представлена модель процесса осадки. Задачу решали в 3D – постановке при расположении оси цилиндрической заготовки вдоль оси  $Z$ , соответственно две ортогональные оси обозначены как  $X$  и  $Y$ . (рис. 1). С целью экономии количества конечных элементов расчет производили для одной четверти образца, отброшенные части заменены соответствующими граничными условиями.

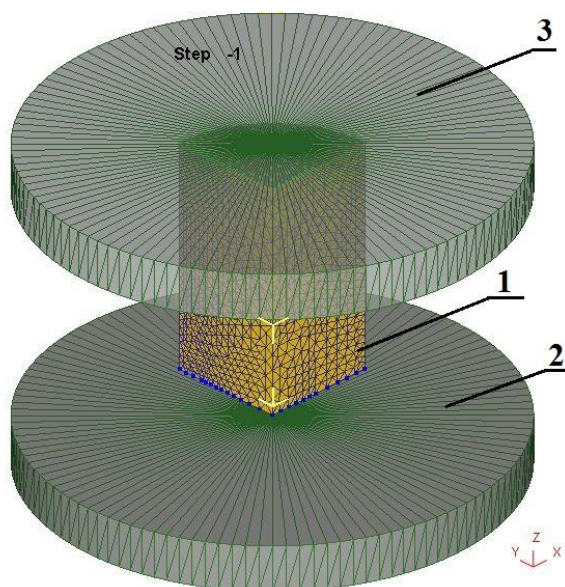


Рис. 1. Схема нагружения с сеткой конечных элементов: 1 – цилиндрическая заготовка (четверть объема); 2 – плита пресса; 3 – осаживающая плита

Таким образом, с использованием соотношений (5)- (7), (10) было поставлено 3 варианта задачи осадки анизотропного материала (см. табл. 1). Дополнительно осуществлена постановка задачи при использовании схемы осадки образца из трансформаторной стали в изотропном состоянии, условие текучести при этом задавали по Мизесу.

По результатам моделирования процесса осадки получили распределение компонент тензора степени деформации  $\varepsilon_{ij}$  в объёме деформируемой заготовки. Для анализа результатов деформированного состояния была принята цилиндрическая система координат:  $r, \varphi, z$ . На рис. 2 отображено распределение компонент тензора деформации  $\varepsilon_{rr}, \varepsilon_{\varphi\varphi}, \varepsilon_{zz}$  в цилиндрической системе координат для изотропного состояния.

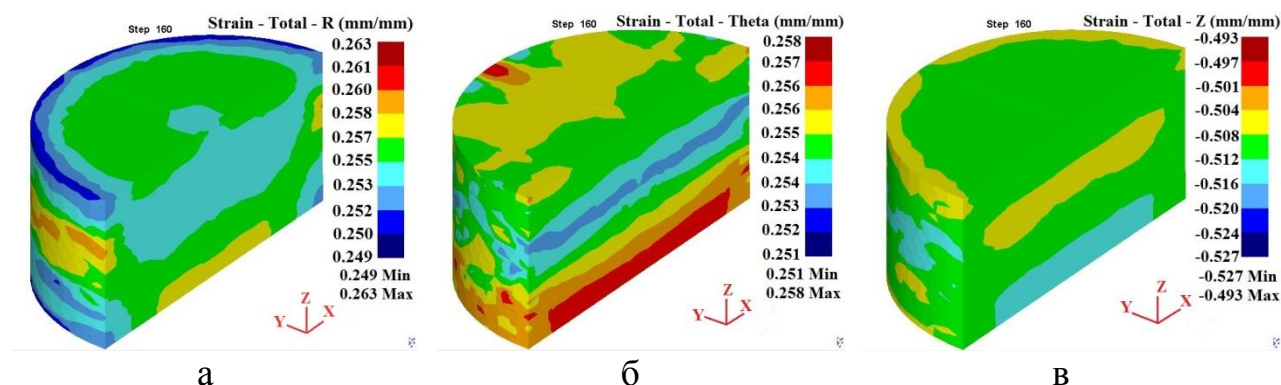


Рис. 2. Распределение по объёму компонент тензора деформации  $\varepsilon_{rr}$ (а) ,  $\varepsilon_{\varphi\varphi}$ (б),  $\varepsilon_{zz}$ (в) при осадке с  $\mu = 0,0001$  в цилиндрической системе координат для изотропного состояния

Следует отметить, что такое моделирование имело целью оценить ошибку расчета, которая возникает при переходе от двумерной схемы 2D к трехмерной схеме 3D. Действительно, при 2D моделировании и решении осесимметричной задачи должна быть получена схема деформированного состояния, не зависящая от тангенциальной координаты и малой зависимостью от двух других координат, поскольку коэффициент трения в данной схеме был задан близким к нулю. При переходе к 3D моделированию возникают дополнительные ошибки расчета, вызванные увеличением количества конечных элементов и отказа от непосредственного условия независимости компонент тензора от тангенциальной координаты. На рис. 2, а, б видно, что радиальная и тангенциальная деформации лежат в диапазоне 0,25... 0,26, а осевая деформация

(рис.2, в), которая, по существу, является их суммой с обратным знаком - в диапазоне  $-0,50 \dots 0,53$ , тем самым ошибка расчета составляет  $100 \cdot (0,53 - 0,50) / 0,53 = 3 \%$ .

### 3. Постановка задачи для анизотропного материала

В соответствии с вариантом 1 (табл.1) задали соотношения сопротивления деформации  $\sigma'_{XX} = 2\sigma'_{YY}$ ,  $\sigma'_{YY} = \sigma'_{ZZ}$ , т.е. наибольшая прочностная характеристика соответствует направлению оси  $X$ . Распределение деформаций в направлении осевой координаты при проявлении анизотропии в плоскости основания образца должно оказаться однородным, поэтому на рис. 3 представлено отображение формы поперечного сечения образца и распределения степени деформации в плоскости.

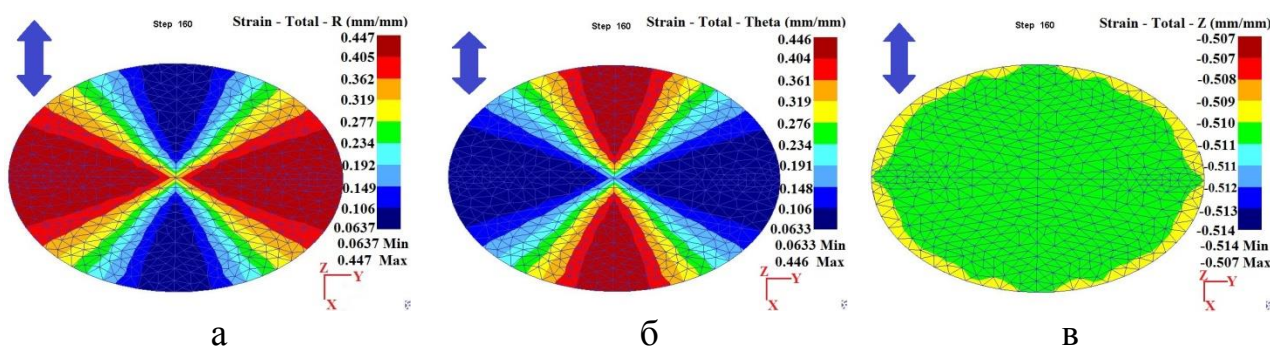


Рис. 3. Отображение формы поперечного сечения образца (плоскость  $XY$ ) и распределения степени деформации (цветные уровни) при соотношениях

$$\sigma'_{XX} = 2\sigma'_{YY}, \sigma'_{YY} = \sigma'_{ZZ}, F=7G, G=H, \text{ двойная стрелка показывает направление наибольших прочностных свойств}$$

Решение показывает, что исходная круглая форма основания превратилась в овальную, меньшая ось овала направлена в сторону вектора наибольших прочностных свойств, соотношение осей при этом близко к 1,5. В принципе, такое решение не противоречит закону наименьшего сопротивления, который гласит, что деформация осуществляется предпочтительно в том направлении, сопротивление пластическому течению, в котором, меньше. Рассчитанный

уровень деформации  $\varepsilon_{rr}$  (рис.3, а) оказался близким к нулю по меньшей оси овала и он наибольший по длинной оси овала. Максимальное значение около 0,45, что больше значения  $\varepsilon_{rr} = 0,25$  в тестовой задаче по Мизесу в 1,8 раза. Аналогичное решение получено для компоненты тензора  $\varepsilon_{\varphi\varphi}$  (рис. 3, б) с той разницей, что здесь максимум и минимум поменялись местами. Из условия постоянства объема можно найти третью компоненту тензора  $\varepsilon_{zz}$ , при этом из рис. 3, в видно, что алгебраическое сложение неоднородных картин распределения  $\varepsilon_{rr}$  и  $\varepsilon_{\varphi\varphi}$  дало однородную картину распределения компоненты  $\varepsilon_{zz}$ .

В расчетах по варианту 2 (табл. 1) задали соотношения сопротивления деформации  $\sigma'_{YY} = 2\sigma'_{ZZ}$ ,  $\sigma'_{ZZ} = \sigma'_{XX}$ , т.е. наибольшая прочностная характеристика соответствует направлению оси  $Y$ . Формоизменение поперечного сечения заготовки оказалось обратным по отношению к первому варианту (рис. 4, а, б), но принцип направления меньшей оси овала в сторону наибольшего значения сопротивления деформации сохранился. Подтвердилась и независимость распределения деформации в поперечном сечении от координат  $X$  и  $Y$  (рис. 4, в).

Вариант 3 (табл. 1) рассчитан для случая соотношения сопротивлений деформации  $\sigma'_{ZZ} = 2\sigma'_{XX}$ ,  $\sigma'_{XX} = \sigma'_{YY}$  т.е. наибольшая прочностная характеристика соответствует направлению оси  $Z$ . Особенность этого варианта в том, что прочностные свойства вдоль направлений  $X$  и  $Y$  одинаковы, что приводит к мысли о том, что формоизменение заготовки в плане должно быть одинаковым. Действительно, в этом случае основание цилиндра после деформации остается круглым, поэтому на рис. 5, а,б,в представлено лишь продольное сечение заготовки. Видно, что степень деформации вдоль осей  $X$  и  $Y$  изменяется в узких пределах от 0,24 до 0,27 (рис. 5, а,б), а по оси  $Z$  от 0,49 до 0,53 (рис. 5, в).



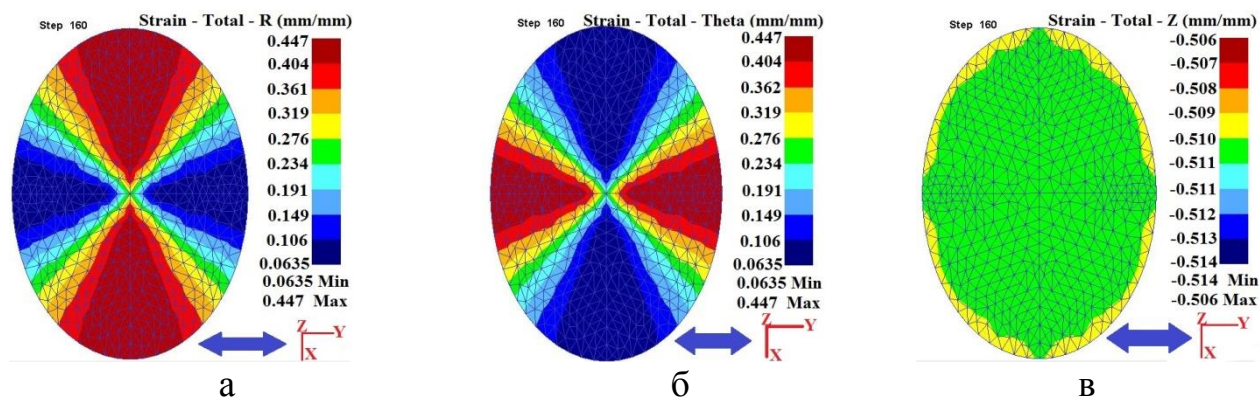


Рис. 4. Отображение формы поперечного сечения образца и распределения степени деформации (цветные уровни) при соотношениях  $\sigma'_{YY} = 2\sigma'_{ZZ}$ ,  $\sigma'_{ZZ} = \sigma'_{XX}$ ,  $G=7F$ ,  $F=H$ , двойная стрелка показывает направление наибольших прочностных свойств

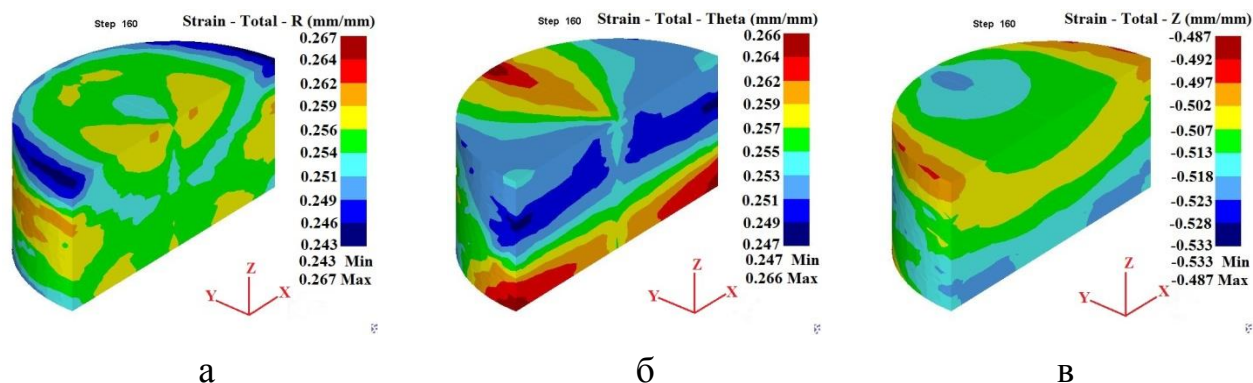


Рис. 5. Распределение степени деформации (цветные уровни) при соотношении

$$\sigma'_{ZZ} = 2\sigma'_{XX}, \sigma'_{XX} = \sigma'_{YY}; H=7F, F=G$$

**Выводы.** Решение задачи осадки цилиндрической заготовки при использовании условия текучести Хилла для анизотропного материала показало, что основание заготовки может принимать овальную форму при расположении осей с различными значениями сопротивления деформации в плоскости этого основания. Меньшая ось овала при этом соответствует направлению наибольшего сопротивления деформации. При расположении осей с различными значениями сопротивления деформации в плоскости продольного сечения заготовки ее форма остается цилиндрической.